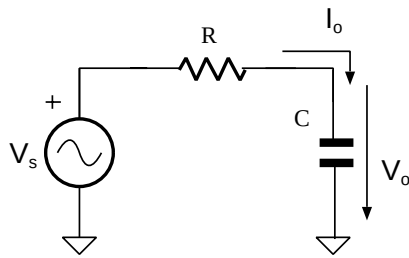


E6.1a: Calcular la función de transferencia: en las frecuencias indicadas:

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)}$$



ω^{-1}	$ H(j\omega) $	$\Phi(j\omega)$
$100RC$		
$10RC$		
RC		
$0,1RC$		
$0,01RC$		

E6.1c: Representar el módulo y la fase de la función de transferencia en función de la pulsación ($s = j\omega$) (diagrama de Bode)

E6.1b: Computar los valores exactos del módulo y fase de la función de transferencia anterior

Solución

- **E6.1a** Planteando las ecuaciones en el dominio $s = \sigma + j\omega$

$$H(s) = \frac{U_o}{U_s} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

- **E6.1b** Operando tenemos:

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + j\omega RC} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\Phi(j\omega) = -\Phi(1 + j\omega RC) = -\text{atan}(\omega RC)$$

Pasando el módulo a decibelios:

$$|H(j\omega)|_{dB} = -10 \log_{10} (1 + (\omega RC)^2)$$

Rellenando la tabla:

ω^{-1}	$ H(j\omega) $	$\Phi(j\omega)$
$100RC$	-434μ	$-572m$
$10RC$	$-43m$	$-5,71$
RC	$-3,0103$	-45°
$0,1RC$	$-20,04$	$-84,29$
$0,01RC$	$-40,00043$	$-89,42$

Analizando esos valores:

- Para $\omega \ll \frac{1}{RC}$

$$|H|_{dB} \simeq 0$$

$$\Phi \simeq 0$$

- Para $\omega \gg \frac{1}{RC}$

$$|H|_{dB} \simeq -20 \log_{10} (\omega RC)$$

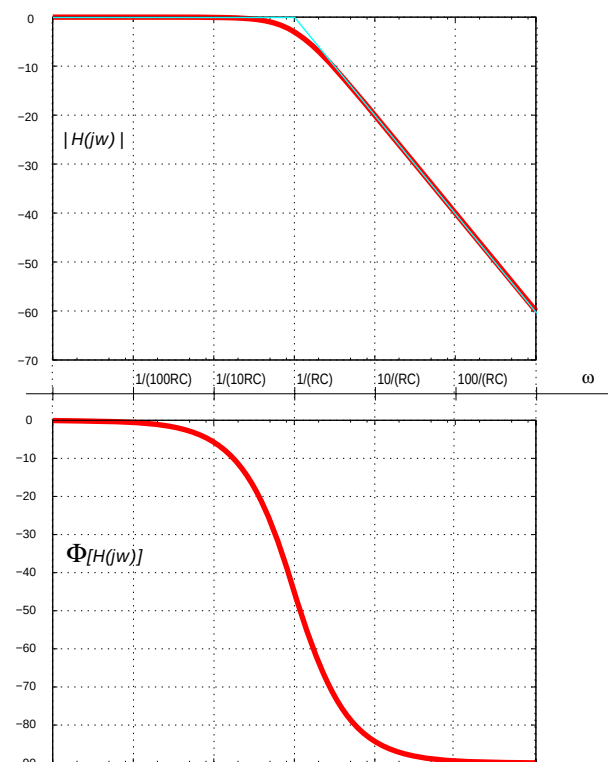
$$\Phi \simeq -90^\circ$$

- Para $\omega = \frac{1}{RC}$

$$|H|_{dB} = -10 \log_{10}(2)$$

$$\Phi = -\text{atan}(1)$$

- **E6.1c** A partir de las evaluaciones realizadas en el apartado anterior:



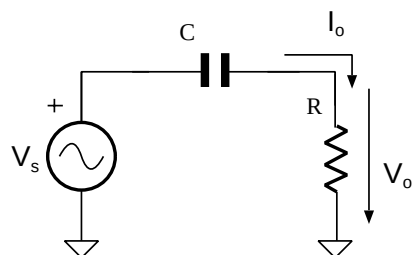
La función de transferencia analizada se denomina **polo** en la frecuencia singular $\omega_o = \frac{1}{RC}$

- Se define **aproximación asintótica** de la característica en magnitud ($|H(j\omega)|_{dB}$)
 - $|H(j\omega)|_{dB} \simeq 0$ para $\omega < \omega_o$
 - $|H(j\omega)|_{dB} \simeq -20 \log_{10}(\omega)$ para $\omega > \omega_o$
- Como puede observarse la precisión es muy elevada a partir de una **década**³ de la frecuencia singular: ω_o .
- La segunda expresión corresponde a una **rectacuando la escala horizontal es logarítmica** con una pendiente de $-20dB/\text{decada}$.
- El máximo error entre la aproximación y la función real se produce en dicha frecuencia ω_o y es de valor $3dB$.

³Dos frecuencias ω_1 y ω_2 están separadas una década si verifican que $\omega_1/\omega_2 = 10$ o bien $\omega_2/\omega_1 = 10$

E6.2a: Calcular la función de transferencia:

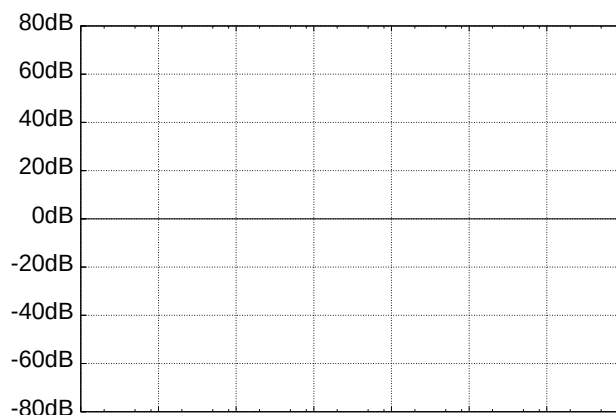
$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)}$$



E6.2b: Computar los valores exactos del módulo y fase de la función de transferencia anterior en las frecuencias indicadas:

ω^{-1}	$ H(j\omega) $	$\Phi(j\omega)$
$100RC$		
$10RC$		
RC		
$0,1RC$		
$0,01RC$		

E6.2c: Representar el módulo de la función de transferencia anterior



E6.4: Representar el módulo de la función de transferencia:

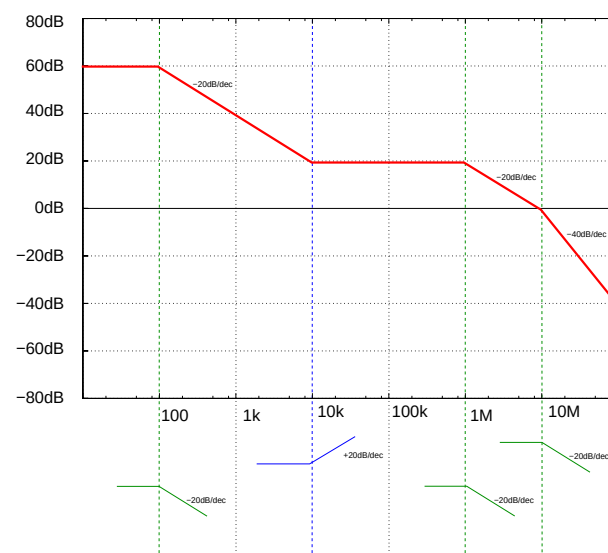
$$H(s) = \frac{1000 \left(1 + \frac{s}{10K}\right)}{\left(1 + \frac{s}{100}\right) \left(1 + \frac{s}{1Meg}\right) \left(1 + \frac{s}{10Meg}\right)}$$

Solución

Aproximamos las frecuencias singulares del cero y los tres polos por su aproximación asintótica.

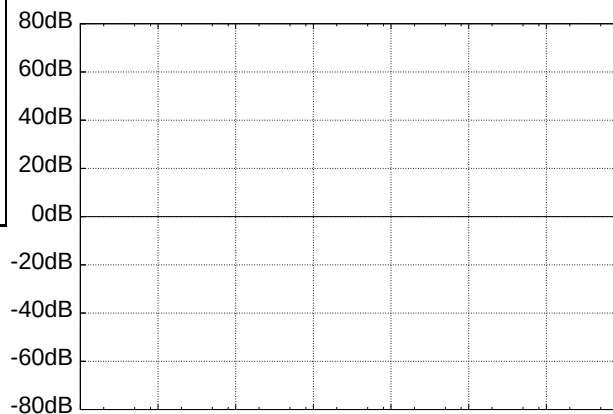
Para establecer una referencia para dibujar la curva, al ser nuestro sistema de tipo paso bajo, tomamos límite:

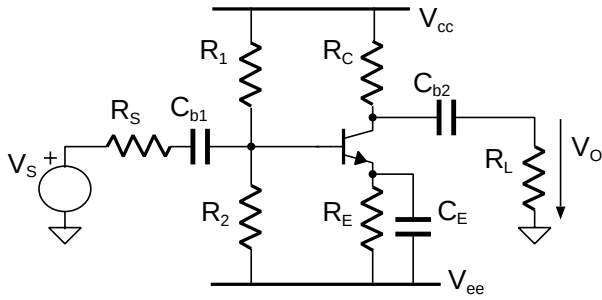
$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = 100$$



E6.5: Representar el módulo de la función de transferencia:

$$H(s) = \frac{10 s^2 \left(1 + \frac{s}{10K}\right)}{\left(1 + \frac{s}{100}\right) \left(1 + \frac{s}{1Meg}\right) \left(1 + \frac{s}{10Meg}\right)}$$





(Datos) $V_S^Q = 1v$, $R_S = 50\Omega$, $I_C^Q = 10mA$, $R_L = 1K\Omega$, $R_C = 500$, $R_E = 200$, $h_{FE} = 100$, $V_{CC} = +5v$, $V_{EE} = -5v$, $R_1 = R_2 = 3K\Omega$, $V_{AF} = 80v$, $C_\pi = 10pF$, $C_\mu = 1pF$, $C_{B1} = C_{B2} = C_E = 10\mu F$.

E6.6a: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias del circuito de la figura.

E6.6b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

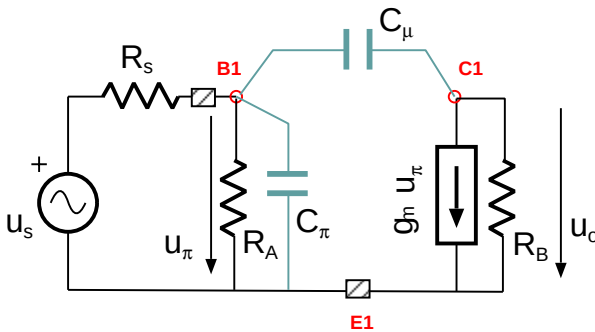
E6.6c: Estimar cómo influye la intensidad de polarización (I_C^Q) en la frecuencia superior de corte, justificar las suposiciones

E6.6d: Dibujar el modelo de pequeña señal de bajas frecuencias.

E6.6e: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (frecuencia inferior de corte) de bajas frecuencias.

Solución

- **E6.6a** Considerando las capacidades de bloqueo y bypass como cortocircuitos y agrupando tenemos:



Done:

$$\begin{aligned} r_o &= \frac{V_{AF}}{I_c} = \frac{80v}{10mA} = 8k\Omega \\ g_m &= \frac{I_c}{V_t} = \frac{10mA}{26mV} = 0,384\Omega^{-1} \\ r_\pi &= h_{fe} \frac{V_t}{I_c} = 100 \frac{26mV}{10mA} = 260\Omega \\ R_A &= R_1 || R_2 || r_\pi \simeq r_\pi = 260\Omega \\ R_B &= r_o || R_C || R_L \simeq 333\Omega \end{aligned}$$

- **E6.6b** Computemos las R_x^o ⁴:

$$\begin{aligned} R_\pi^o &= R_S || R_A \simeq 42\Omega \\ R_\mu^o &= R_\pi^o + (1 + g_m R_\pi^o)(R_B) \simeq 5,7k\Omega \end{aligned}$$

De donde:

$$a_1 = \sum_{i=1}^{i=N} R_k^o C_k = R_\pi^o C_\pi + R_\mu^o C_\mu = 0,42n + 5,7n = 6n \frac{seg}{rad} \quad \text{Suponiendo que sigue siendo válida la expresión } \omega_H \simeq \frac{1}{a_1}, \text{ tenemos que la frecuencia superior de}$$

⁴Resistencia Thevenin vista por la capacidad parásita C_x cuando el resto de capacidades son circuitos abiertos

⁵Resistencia Thevenin vista por la capacidad parásita C_x cuando el resto de capacidades son circuitos abiertos, salvo C_y que es un cortocircuito

Suponiendo que las frecuencias están lo suficientemente separadas ($\omega_1 \ll \omega_2$) tenemos que:

$$\omega_1 \simeq \frac{1}{a_1} = 166M \frac{rad}{seg}$$

Computemos a continuación las R_x^y ⁵.

$$C_\mu^\pi = R_B = 333\omega$$

De donde: $a_2 = R_\pi^o C_\pi (R_\mu^\pi C_\mu) = 0,140(n \frac{seg}{rad})^2$

Suponiendo que las frecuencias ω_2 y ω_3 están lo suficientemente separadas ($\omega_3 \ll \omega_3$) tenemos que:

$$\omega_2 \simeq \frac{a_1}{a_2} = 42,85G \frac{rad}{seg}$$

Si calculamos: $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 258$, comprobamos que la hipótesis $\omega_2 \gg \omega_1$ es cierta.

- **E6.6c** Supongamos que se produce una disminución de la I_c , analizando la ecuación de polarización a la salida:

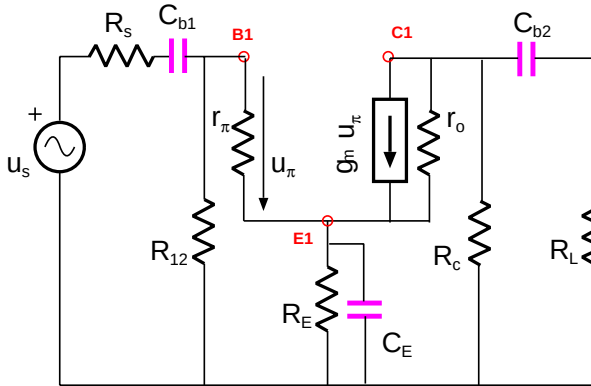
$$V_{CC} = R_C I_c + V_{ce} + R_E I_c$$

Si modificamos la intensidad de polarización manteniendo el valor de R_C , se modifican los parámetros de pequeña señal (r_o , r_π y $1/g_m$), aumentando.

Analizando la expresión de a_1 , vemos que el único parámetro que influye es r_π , que aumenta R_π^o , haciendo por tanto que a_1 aumente.

corte disminuye al disminuir la intensidad de polarización I_c .

- **E6.6d** Considerando las capacidades parásitas como circuitos abiertos tenemos:



- **E6.6e** La expresión simplificada de la *frecuencia inferior de corte*:

$$\omega_L = \sum_{k=1}^{k=M} \frac{1}{R_k^\infty C_k} = \frac{1}{R_{B1}^\infty C_{B1}} + \frac{1}{R_{B2}^\infty C_{B2}} + \frac{1}{R_E^\infty C_E}$$

Computemos las R_z^∞ :

$$R_{B1}^\infty = R_s + R_{12} || r_\pi \simeq 310\Omega$$

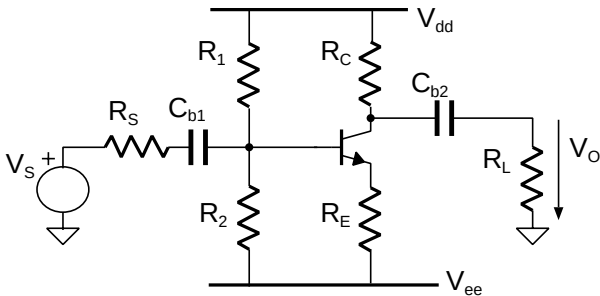
$$R_{B2}^\infty = R_L + R_C || r_o \simeq 1500\Omega$$

$$R_E^\infty = R_E || (r_\pi + R_s || R_{12}) || R_{right} \simeq 31\Omega$$

$$R_{right} = \frac{(R_C || R_L) + r_o}{1 + g_m r_o \frac{r_\pi}{(R_s || R_{12}) + r_\pi}} \simeq \frac{1}{g_m} \frac{R_s + r_\pi}{r_\pi} = 31\Omega$$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$$\omega_L \simeq \frac{1}{310 \cdot 10\mu} + \frac{1}{1500 \cdot 10\mu} + \frac{1}{31 \cdot 10\mu} \simeq 3600 \frac{rad}{seg}$$



(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 50\Omega$, $I_C^Q = 10mA$,
 $R_L = 1K\Omega$, $R_C = 500$, $R_E = 200$, $V_{cc} = +5v$,
 $V_{ee} = -5v$, $R_1 = 10K\Omega$, $R_2 = 10K\Omega$, $h_{FE} = 100$,
 $V_{AF} = 80v$, $C_\pi = 10pF$, $C_\mu = 1pF$,
 $C_{B1} = C_{B2} = 1\mu F$.

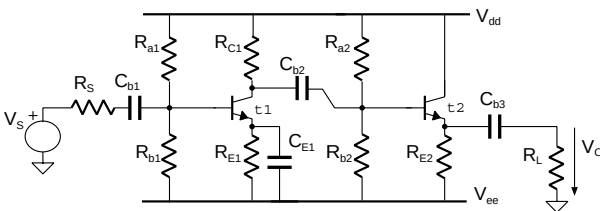
E6.7a: Dibujar el modelo de pequeña señal.

E6.7b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

E6.7c: Dibujar el modelo de pequeña señal de bajas frecuencias.

E6.7d: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (frecuencia inferior de corte) de bajas frecuencias.

E6.7e: Estimar cómo influye modificar la R_c en la frecuencia inferior de corte.



(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 50\Omega$, $R_L = 100\Omega$, $I_{C1}^Q = I_{C2}^Q = 10mA$,
 $R_{C1} = 500$, $R_{E1} = 200$, $R_{E2} = 100$, $V_{cc} = +5v$,
 $V_{ee} = -5v$, $R_{1a} = R_{1b} = R_{2a} = R_{2b} = 10K\Omega$,
 $h_{FE} = 100$, $V_{AF} = 80v$, $C_\pi = 10pF$, $C_\mu = 1pF$,
 $C_{B1} = C_{B2} = C_{B3} = C_{E1} = 1\mu F$.

E6.8a: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias.

E6.8b: Computar el comportamiento frecuen-

cial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

E6.8c: Estimar cómo influye la intensidad de polarización del transistor t2 (I_{C2}^Q) en el ancho de banda del sistema.

E6.8d: Dibujar el modelo de pequeña señal de bajas frecuencias.

E6.8e: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (frecuencia inferior de corte) de bajas frecuencias.

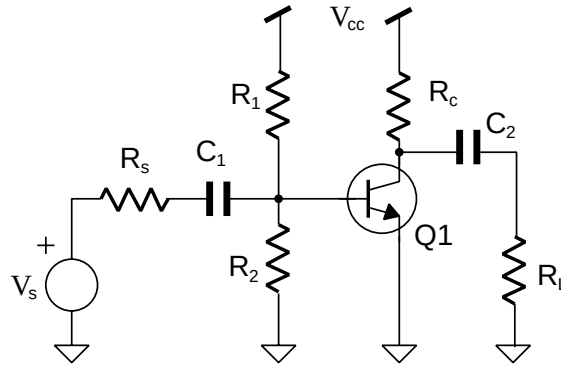
E6.8f: Estimar cómo influye la intensidad de polarización del transistor t1 (I_{C1}^Q) en la frecuencia inferior de corte.

⁶Resistencia Thevenin vista por la capacidad de bloqueo/bypass C_z , cuando el resto de capacidades son cortocircuitos

E6.9: Para el circuito de la figura, estimar el valor numérico de la frecuencia superior de corte, suponiendo que $R_s = 0$.

Determinar la influencia del valor de R_L sobre la frecuencia superior de corte.

Destacar todas las hipótesis realizadas.



Solución

Como estamos analizando el comportamiento en altas frecuencias, consideramos cortocircuitos las capacidades de bloqueo y bypass (C_{B1} y C_{B2} en nuestro circuito). Computando las resistencias R_x^o para las capacidades parásitas:

$$R_\pi^o = R_s || R_1 || R_2 || r_\pi = 0$$

$$R_\mu^o = R_\pi^o + (1 + g_m R_\pi^o)(R_c || r_o || R_L) \simeq R_c || R_L$$

Supongamos que $R_L \ll R_C$ y tenemos que

$$a_1 = R_\pi^o C_\pi + R_\mu^o C_\mu \simeq R_L C_\mu$$

Supongamos que las frecuencias de los dos primeros polos están lo suficientemente separadas ($\omega_1 \ll \omega_2$). Para realizar la estimación supondremos: $R_L = 100\Omega$ y $C_\mu = 1pF$:

$$\omega_H \simeq \frac{1}{a_1} \simeq \frac{1}{R_L C_\mu} = 10^{10} \frac{rad}{seg}$$

Como se puede observar en la expresión ω_H es inversamente proporcional a la R_L .

E6.9b: Para el circuito anterior, estimar el valor numérico de la frecuencia inferior de corte.

Suponer que $C_1 = C_2 = 1mF$.

Destacar todas las hipótesis realizadas.

Solución

Para el análisis a bajas frecuencias consideramos circuitos abiertos las capacidades parásitas y procedemos a computar las R_y^∞ .

$$R_{B1}^\infty = R_s + (R_1 || R_2 || r_\pi) \simeq r_\pi$$

$$R_{B2}^\infty = R_L + (r_o || R_c) \simeq R_c$$

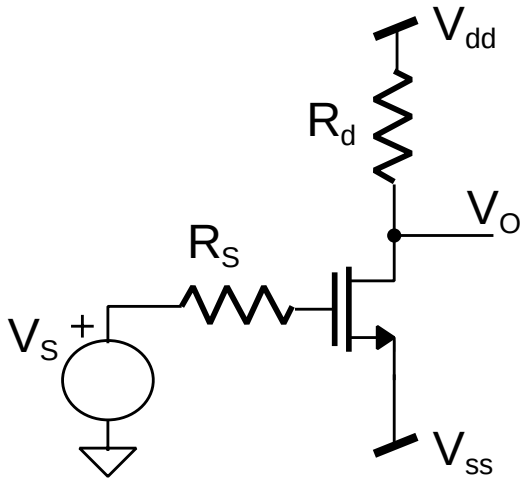
Hemos supuesto que:

- Disponemos de una alimentación $V_{cc} = 10v$ y una $I_c = 1mA$

- Con una $h_{fe} = 100$ tenemos que $r_\pi = h_{fe} \frac{V_t}{I_c} = 100 \frac{26m}{1m} = 2,6k\Omega$
- Consideramos que $R_s \ll r_\pi$ y que debido a la baja intensidad requerida para polarizar, $R_1 || R_2 \gg r_\pi$
- Como en el apartado anterior hemos considerado que $R_L \ll R_C$, lo empleamos en éste, tomando una $R_C = 2,6K$

Sustituyendo en la expresión de la frecuencia inferior de corte:

$$\omega_L \simeq \frac{1}{R_{B1}^\infty C_{B1}} + \frac{1}{R_{B2}^\infty C_{B2}} \simeq \frac{2}{2,6k \cdot 1m} \simeq 8 \cdot 10^{-2} \frac{rad}{seg}$$



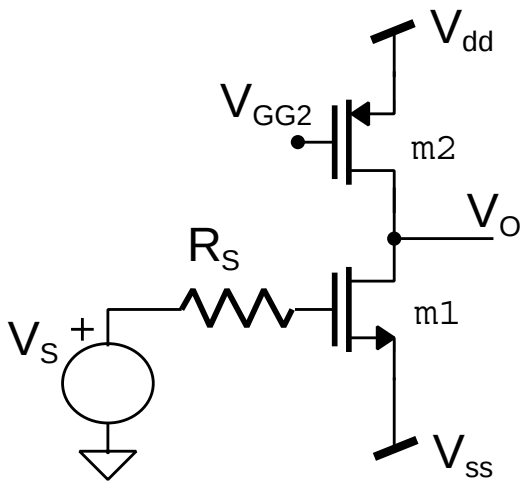
E6.9a: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias.

E6.9b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

E6.9c: Estimar cómo influye en el ancho de banda del sistema duplicar la relación de aspecto del transistor (W/L).

(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 100\Omega$, $I_d^Q = 2\mu A$, $R_D = 500$, $V_{DD} = +5v$, $V_{SS} = -5v$, $K = 40\mu A/v^2$, $W/L = 10$, $\lambda = 0,01v^{-1}$, $|V_{tho}| = 0,7v$, $\eta = 0$, $C_{gs} = 10pF$, $C_{gd} = 1pF$.



altas frecuencias.

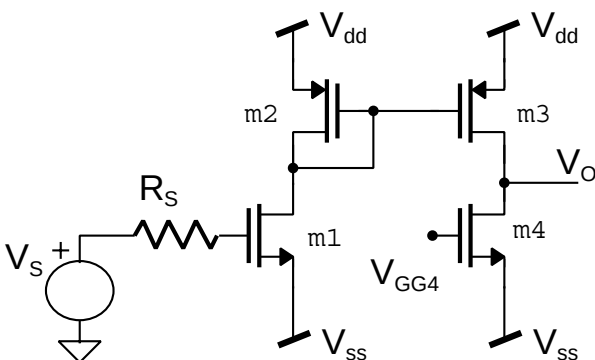
E6.10b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

E6.10c: Estimar cómo influye en el ancho de banda del sistema duplicar la intensidad de drenador del transistor M2 (I_{d2}).

(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 200\Omega$, $I_d^Q = 1\mu A$, $|V_{tho}| = 0,7v$, $V_{DD} = +5v$, $V_{SS} = -5v$, $\lambda = 0,01v^{-1}$, $\eta = 0$, $K_{nMOS} = 40\mu A/v^2$, $W_1/L_1 = 10$, $K_{pMOS} = 20\mu A/v^2$, $W_2/L_2 = 4$, $C_{gs} = 10pF$, $C_{gd} = 1pF$.

E6.10a: Dibujar el modelo de pequeña señal a



E6.11a: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias.

E6.11b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

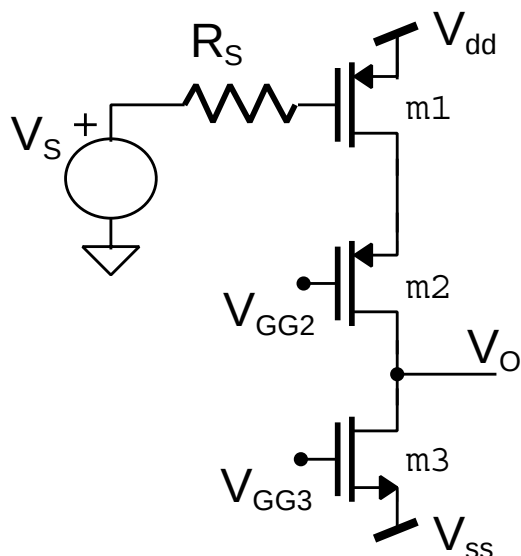
E6.11c: Estimar cómo influye en el ancho de banda del sistema duplicar la relación de aspecto del transistor M3 (W_3/L_3).

E6.11d: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias cuando existe efecto sustrato ($\eta \neq 0$).

E6.11e: Estimar cómo influye en la frecuencia superior de corte del sistema la existencia de efecto sustrato: $\eta = 0,4$

(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 50\Omega$, $I_d^Q = 100\mu A$, $|V_{tho}| = 0,7v$, $V_{DD} = +5v$, $V_{SS} = -5v$, $g_m = 400\mu A/v$, $\lambda = 0,01v^{-1}$, $\eta = 0$, $C_{gs} = 10pF$, $C_{gd} = 1pF$.



E6.12a: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias.

E6.12b: Computar el comportamiento frecuencial aproximado (dos primeros polos del sistema) de altas frecuencias.

E6.12c: Estimar cómo influye en el ancho de banda del sistema duplicar la relación de aspecto del transistor M2 (W_2/L_2).

E6.12d: Dibujar el modelo de pequeña señal a altas frecuencias cuando existe efecto sustrato ($\eta \neq 0$).

E6.12e: Estimar cómo influye en la frecuencia superior de corte del sistema la existencia de efecto sustrato: $\eta = 0,4$

(Datos)

$V_S^Q = 1v$, $R_S = 50\Omega$, $I_d^Q = 20\mu A$, $|V_{tho}| = 0,7v$, $V_{dd} = +5v$, $V_{ss} = -5v$, $g_m = 200\mu A/v$, $\lambda = 0,01v^{-1}$, $\eta = 0$, $C_{gs} = 10pF$, $C_{gd} = 1pF$.